

DETERMINISTINIŲ IR GEOSTATISTINIŲ INTERPOLIAVIMO METODŲ
TAIKYMAS ŽEMĖS PAVIRŠIUI MODELIUOTIViktor Nareiko¹, Birutė Ruzgienė², Adomas Ūselis³^{1,2}*Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva*²*Geodezijos katedra, Klaipėdos valstybinė kolegija,
Bijūnų g. 10, LT-91223 Klaipėda, Lietuva*³*Pastatų energetikos katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva**El. paštas: ¹vnareiko.lt@gmail.com; ²Birute.Ruzgiene@vgtu.lt;
³adomas.uselis@gmail.com**Įteikta 2010 03 03; priimta 2010 06 29*

Santrauka. Analizuojamas Žemės paviršiaus trimatis modeliavimas pagal geodezinius ir fotogrametrinius matavimo duomenis, taikant tiesinį, svorinį ir *Kriging* interpoliavimo metodus. Interpoliavimo algoritmai pertvarkyti ir pritaikyti *MATLAB* paketo vykdomajam kodui. Sudarytoji programa *Geo3D* skirta erdviniams duomenims vaizduoti pagal geodezinius ir fotogrametrinius duomenis. *Geo3D* programa sudaryti trimačiai Žemės paviršiaus modeliai įvertinti bei palyginti su modeliais, sukurtais reljefo vaizdavimo programa *WinSurf*.

Reikšminiai žodžiai: skaitmeninis paviršiaus modelis, interpoliavimo metodai, stereofotogrametriniai matavimai, netaisyklingųjų trikampių tinklas, erdvinių modelių tikslumas.

1. Įvadas

Skaitmeninis tam tikros teritorijos modelis apima Žemės paviršiaus ir jame esančių objektų trimačių koordinatinių (X , Y ir Z) visumą. Toks modelis ypač svarbus generuojant ortofotografinį žemėlapi, kai reikalingos ne tik Žemės paviršiaus, bet ir statinių ar kitų objektų aukščių koordinatės.

Sudarant skaitmeninius žemėlapius, kompiuterinėmis sistemomis automatiškai kuriamas skaitmeninis Žemės paviršiaus modelis (*DEM*). Siekiant atvaizduoti Žemės paviršiaus reljefą, svarbu turėti tankų vietovės taškų tinklą su planimetrinėmis koordinatėmis ir aukščiais. Šiam tikslui, remiantis atramos taškų duomenimis, taikomi įvairūs interpoliavimo metodai. Kuo daugiau šių taškų, tuo aukščių interpoliavimo rezultatai patikimesni. *DEM* tinklo tankumas priklauso nuo vietovės reljefo pobūdžio (Ruzgienė 2010). Jei vietovės reljefas nėra labai ryškus, taškų aukščiai gali būti nustatomi, pvz., kas 5–10 metrų.

Erdvinis paviršiaus vaizdas kuriamas remiantis geodezinių, fotogrametrinių matavimų rezultatais, nuotolinio skenavimo duomenimis (Konecny 2003, Manual 2004). Gauta taškinė informacija paskleidžiama po visą

paviršių, interpoliavimo būdu pagal žinomus duomenis apskaičiuojamus tarpines reikšmes.

Sudarytieji skaitmeniniai paviršiaus modeliai matomi (vizualizuojami) trimatėje erdvėje, todėl jie efektyviai taikomi įvairiose geoinformacinių sistemų panaudojimo srityse.

Didėjant kompiuterių galimybėms, sukuriama vis daugiau programinių sistemų (pvz., *MatchCAD*, *Mathematica*, *Maple*, *MATLAB*), kurios taikomos įvairių paviršių modeliavimo uždaviniams spręsti. *MATLAB* programinis paketas – tai lanksti programinė aplinka ir programavimo kalba, skirta matematiniam uždaviniams spręsti, algoritmams sudaryti ir tobulinti, duomenims analizuoti ir sukurtiems skaitmeniniams modeliams vizualizuoti (Biran, Breiner 1997).

Erdviniam Žemės paviršiaus modeliui sudaryti taikomi įvairūs algoritmai bei programinės sistemos, tačiau ne visose programose numatytas patogus duomenų pateikimo ar įvedimo būdas bei galimybė analizuoti visus skaitmeninių modelių sudarymo etapus. Norint taikyti patikslintus interpoliavimo algoritmus, šiuos procesus įsisavinti labai svarbu, todėl, naudojant *MATLAB* paketą, sukurta kompiuterinė programa (*Geo3D*), kurioje

taikytas pakoreguotas algoritmas, numatytas patogus tarpinių rezultatų pateikimas bei interpoliavimo uždavinių sprendimas pagal geodezinius ar fotogrametrinius duomenis. Siekiant gauti kuo tikslesnę konkrečios vietovės erdvinį modelį, įvertintas sukurtosios programos patikimumas.

2. Skaitmeninio paviršiaus modelio sudarymo principai

Sprendžiant Žemės paviršiaus modeliavimo uždavinius, stačiakampių tinklas sudaromas pagal pradinių duomenų (taškų planimetrinių koordinatų) didžiausias ir mažiausias reikšmes. Skaitmeninio vaizdo matrica (eilučių ir stulpelių visuma) susideda iš tam tikro dydžio vaizdo elementų, kurių padėtis apibrėžiama eilutės ir stulpelio sankirta (Foley *et al.* 2000). Skaitmeninio vaizdo koordinatų sistemos pradžia – vaizdo matricos kairysis viršutinis kampas. Vaizdo elementų padėtis skaitmeninio vaizdo koordinatų sistemoje gali būti transformuojama į vietovės koordinatų sistemą.

Žemės paviršiui modeliuoti taikomi deterministiniai ir statistiniai (geostatistiniai) metodai (Kumetaitienė, Zakarevičius 2006). Deterministiniai algoritmai taikomi, kai aukščio reikšmė kinta pagal apibrėžtą kreivę. Jei yra žinoma, kad taškų aukščių reikšmės nustatytos su tam tikromis paklaidomis, interpoliuojamas paviršius gali būti filtruojamas, kad sumažėtų atsitiktinės paklaidos. Šiam tikslui yra taikomos įvairaus tipo ir sudėtingumo matematinės funkcijos.

Paviršiai generuojami šiais deterministiniais interpoliavimo metodais: polinominiu (tiesiniu, kubiniu ir kt.), *spline* ir svorinio atstumo nuo žinomo taško iki interpoliuojamojo.

Svorinis interpoliavimas – tai vienas paprasčiausių ir plačiausiai taikomų erdvinio interpoliavimo metodų, kuris remiasi išmatuoto dydžio svorio ir atstumo santykiu. Interpoliuojant ieškomo taško aukštis \hat{H}_0 randamas pagal gretimų išmatuotų taškų aukščių svorinį vidurkį (Tumas 2006):

$$\hat{H}_0 = \frac{\sum_i^N H_i p_i}{\sum_i^N p_i}, \quad (1)$$

čia H_i – i -tasis išmatuotas aukštis, $p_i = 1/d_i^2$ – i -tojo išmatuoto aukščio svoris, d_i – atstumas tarp i -tojo išmatuoto ir ieškomojo aukščių taškų, N – išmatuotų aukščių taškų skaičius.

Tiesinė interpoliacija – tai zoninė pirmojo laipsnio polinomo interpoliacija, kai jungtys tarp gretimų zonų sutampa su duomenų taško padėtimi. Atliekant tiesinį interpoliavimą, pagal žinomus taškus sudaromas netaisyklingųjų trikampių tinklas (*TIN*). Netaisyklingųjų trikampių tinklas sukuriama laikantis *Delaunay* taisyklės – nė viena trikampo viršūnė negali būti aplink kitą trikampi apibrėžto apskritimo viduje (Stankevičius, Zakarevičius 1999). Tiesinis interpoliavimas atliekamas tarp sudaryto tinklo trikampių viršūnių x ir y ašių kryptimis.

Interpoliavimo tarp taškų (x_i, y_i) ir (x_{i+1}, y_{i+1}) galutinė formulė (Komzsis 2007):

$$\hat{H}_0 = \frac{H_i}{(x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} - y_i)} \cdot (x_{i+1} - x_0)(y_{i+1} - y_0) + \frac{H_{i+1}}{(x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} - y_i)} \cdot (x_0 - x_i)(y_0 - y_i), \quad (2)$$

čia \hat{H}_0 – taško (x_0, y_0) aukščio reikšmė; H_i, H_{i+1} – taškų (x_i, y_i) ir (x_{i+1}, y_{i+1}) išmatuotos aukščių reikšmės; $(x_0, y_0) \in [(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1})]$.

Taikant geostatistinius metodus, keliamas klausimas, ar erdvinų duomenų rinkinys (tam tikra nagrinėjamo reiškinio abstrakcija) turi atsitiktinę reikšmių variaciją, ar jos neturi. Geostatistinio metodo pavyzdys – *Kriging* interpoliavimo algoritmas.

Kriging interpoliavimo skiriamasis bruožas – savoriai nustatomi pagal sumodeliuotą variogramą. Variograma – tai parametrinės funkcijos (pusvariacijos) grafikas, taikomas gretimų taškų aukščių koreliacijai (statistinei priklausomybei) nustatyti. Būtina sukurti tikslų pusvariacijos matematinį modelį. Pusvariacijai modeliuoti taikomos įvairios funkcijos: sferos, eksponentinė, tiesės, *Gauss* ir kt. Pagal eksponentinę kreivę sudaroma variograma $\gamma(d)$ (Goovaerts 1997):

$$\gamma(d) = \begin{cases} C_0 + C_1, & \text{jei } d = 0, \\ C_1 [\exp(-d/A)], & \text{jei } d > 0, \end{cases} \quad (3)$$

čia C_0 – atsitiktinė pusvariacija, laikoma lygia nuliui, C_1 – pasirinktoji pusvariacijos reikšmė, kurią pasiekus variograma nekinta, A – atstumas tarp taškų, kai variograma nekinta (slenksčio nuotolis/ aprėptis), d – geometrinis atstumas tarp dviejų taškų.

Radus atstumus tarp žinomų taškų d_{ij} ir atstumus tarp žinomų ir ieškomų taškų d_{i0} , galima apskaičiuoti kiekvieno išmatuoto taško aukščio svorį (Goovaerts 1997):

$$\begin{matrix} p_1 \\ \vdots \\ p_N \end{matrix} = \begin{matrix} \gamma(d_{11}) & \cdots & \gamma(d_{1N}) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \gamma(d_{N1}) & \cdots & \gamma(d_{NN}) \end{matrix}^{-1} \cdot \begin{matrix} \gamma(d_{10}) \\ \vdots \\ \gamma(d_{N0}) \end{matrix}, \quad (4)$$

čia N – išmatuotų taškų aukščių skaičius.

Apskaičiavus išmatuotų taškų aukščio svorius, randamas ieškomo taško aukštis \hat{H}_0 :

$$\hat{H}_0 = \sum_i^N H_i p_i, \quad (5)$$

čia H_i – i -tojo taško išmatuota aukščio reikšmė, p_i – i -tojo išmatuoto taško aukščio svoris.

Taikant *Kriging* interpoliavimo metodą, atsižvelgiama į duomenų erdvinę koreliaciją, kuri leidžia apskaičiuoti minimizuotą interpoliavimo dispersiją ir teikia informacijos apie interpoliavimo tikslumą.

Apskaičiuojama minimizuota interpoliavimo dispersija σ^2 (Goovaerts 1997):

$$\sigma^2 = C_1 - \sum_i^N p_i \gamma(d_{i0}) + L, \quad (6)$$

čia L – Lagranžo parametras.

3. Paviršiaus modeliavimas Geo3D programa

Trimačiams Žemės paviršiaus modeliams sudaryti, taikant *MATLAB* programinės įrangos *M* kodą, sukurta programa, pavadinta *Geo3D*.

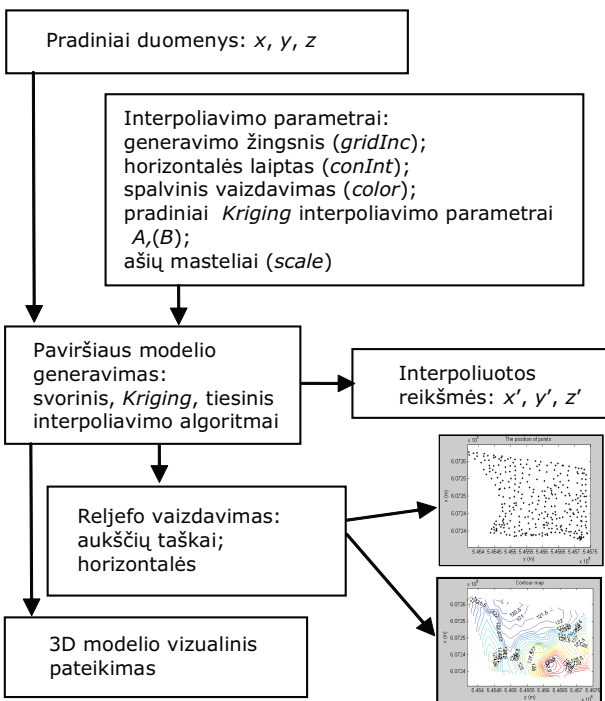
Taikyti šie algoritmai: tiesinis, svorinis, *Kriging* ir *Delaunay*. Algoritmuojant paviršiaus aukščio reikšmės interpoliuotos pagal artimiausius duomenų taškus, t. y. atlikta vietinė interpoliacija. *Geo3D* programa interpoliuojama šiais etapais (Kumetaitienė 2006; Kumetaitienė, Vaitkevičienė 2008):

- nustatomas analizuojamos teritorijos apie interpoliuojamą tašką dydis;
- randami artimiausi duomenų taškai;
- pasirenkamas matematinis modelis paviršiaus reikšmei apskaičiuoti pagal turimą ribotą aplinkinių taškų skaičių;
- randama skaitmeninio reljefo modelio paviršiaus reikšmė.

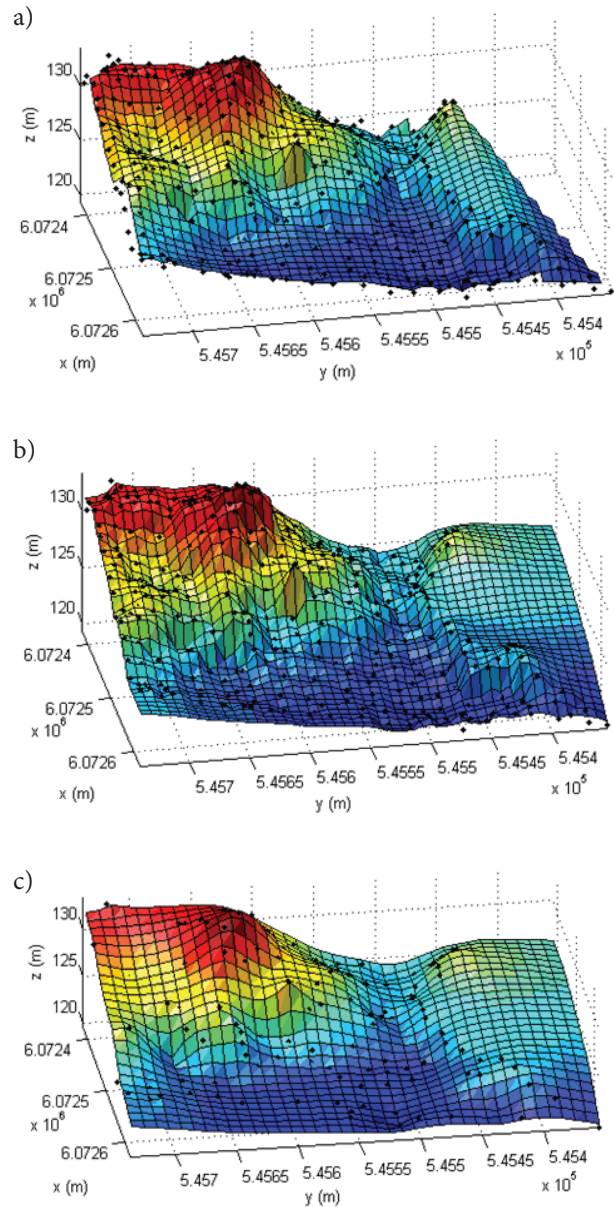
Programoje numatyta galimybė lengvai įvesti pradinis duomenis, keisti sukurtų trimačių vaizdų parametrus, parinkti sudaromų paviršių generavimo žingsnį, vaizduoti išmatuotų taškų planinę padėtį bei reljefą. Trimatis Žemės paviršius vaizduojamas spalvotai tinkleliu arba šešėliniu tonu. Trimatį vaizdą galima pasukti ir matyti skirtingais kampais.

Įkėlus pradinę duomenų bylą, nurodomas vaizduojamo reljefo horizontalių laiptas, generuojamo paviršiaus žingsnis, pasirinktasis Žemės paviršiaus modelio sudarymo metodas, ašių mastelis, spalvinimo būdas (1 pav.).

Pagal Elektrėnų centrinės dalies geodezinių matavimų duomenų rinkinį (apie 300 taškų) *Geo3D* programa sukurti erdviniai paviršiaus modeliai (2 pav.).



1 pav. Paviršiaus modelio kūrimo schema *Geo3D* programa
Fig. 1. Surface modeling workflow used in *Geo3D* program



2 pav. Trimačiai paviršiaus modeliai, sukurti taikant skirtingo interpoliavimo algoritmus: a) tiesinio, b) svorinio, c) *Kriging*

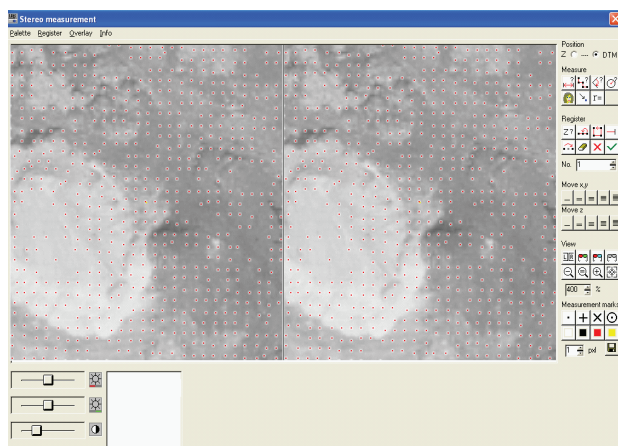
Fig. 2. Three-dimensional surface models created using different interpolation algorithms: a) linear, b) inverse distance weighted, c) *Kriging*

Žemės paviršius sumodeliuotas fotogrametriniais metodais (Ruzgienė 2007). Stereoskopiniai matavimai atlikti fotografinių vaizdų apdorojimo sistema *LISA* (Vokietija) (Linder 2006). Eksperimentiniam paviršiaus modeliui sukurti naudotos nuskenuotos (14 μ m skiriamoji geba) Vilniaus dalies analoginės 1:6000 mastelio aerofototruotaukos.

Siekiant kuo didesnio reljefo modelio tikslumo, svarbu parinkti optimalų reljefo modelio generavimo žingsnį. Jei tinklo tankis labai didelis, pvz., sukuriamas tinklas kas 4 m, tokio modelio generavimas ilgai trunka, tačiau, jei aukščių taškų skaičius nepakankamas, reljefo modelis tiksliai neatspindės reljefo pobūdžio (Ruzgienė 2010).

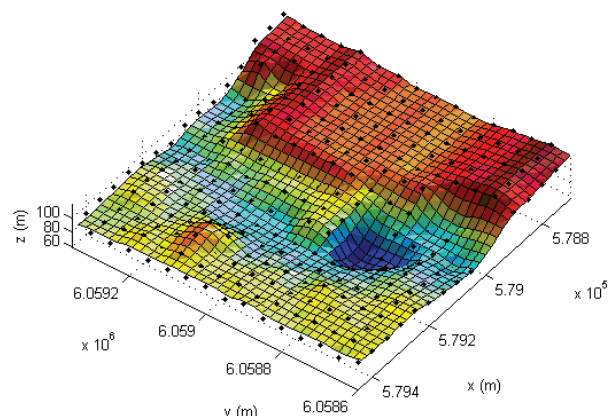
Sukūrus fotografinių vaizdų modelį, skaitmeninė fotogrametrinė sistema *LISA* stereoskopinio matavimo būdu nustatyti pavienių ryškių taškų aukščiai (apie 250 taškų) bei sukurtas aukščių tinklas 10 m žingsniu (3 pav.).

Geo3D programa atliktas fotogrametriniu būdu sukurtas aukščių tinklo sutankinimas. Taikytas *Kriging* interpoliavimo metodas. Aukščių taškų tinklas sutankintas 4 m žingsniu. Sukurtųjų reljefo modelių fragmentai pateikti 4 ir 5 paveiksluose.



3 pav. Reljefo modelio fragmentas – taikytas stereoskopinio matavimo būdas

Fig. 3. Terrain model fragment – stereoscopic measurement method applied



5 pav. Reljefo modelis, sukurtas *Geo3D* programa pagal fotogrametrinius duomenis

Fig. 5. Terrain model created by *Geo3D* program using photogrammetric data

Geo3D programa gali būti efektyviai panaudota matavimo rezultatams, gautiems kitomis programomis (pvz., *LISA* ir kt.), vizualizuoti bei trimačiams paviršiaus modeliams kurti.

4. Erdvinių modelių vertinimas

Siekiant įvertinti *Geo3D* programos veikimo patikimumą, sukurti paviršiaus modeliai *WinSurf* programa. Atliekant interpoliavimą minėtomis programomis, įvesti tokie patys parametrai: generavimo žingsnis, spalvinis vaizdavimas, ašių mastelis, kitaip tariant, paviršius modeliuotas vienodomis sąlygomis.

Geo3D programa sukurtus paviršiaus modelius, pagal geodezinių matavimų duomenis, sudaro interpoliuotųjų aukščių (atsitiktinių dydžių) imtis. Apskaičiuotas atsitiktinio dydžio dispersijos įvertis – empirinis standartinio nuokrypio kvadratas. Pagal tuos pačius geodezinių matavimų duomenis *WinSurf* programa sudaryti paviršiaus modeliai, apskaičiuotas jų suinterpoliuotųjų aukščių imties standartinio nuokrypio kvadratas (1 lentelė).

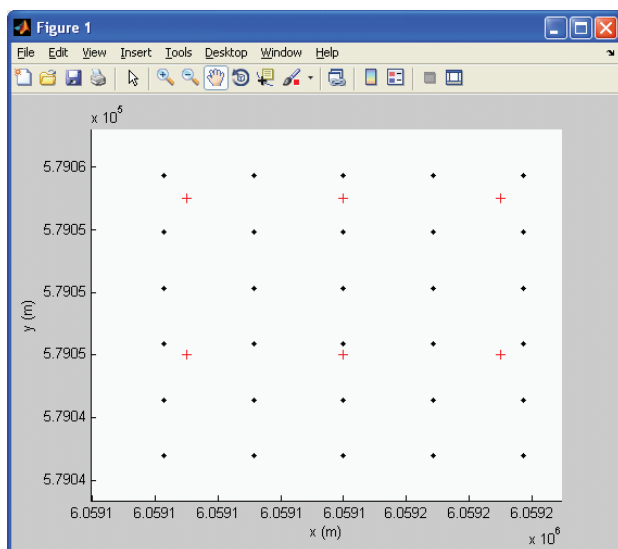
Apskaičiuotas dispersijos įvertis, taikant skirtingus interpoliavimo metodus, yra apie 3 m. Įverčio reikšmė priklauso nuo reljefo kitimo dydžio.

Nustačius atsitiktinio dydžio reikšmių apie vidurkį sklaidą, įvertinami sudarytųjų paviršiaus modelių nesutapimai.

1 lentelė. *Geo3D* ir *WinSurf* programomis interpoliuotųjų aukščių duomenų dispersijos įverčiai

Table 1. The estimated dispersion of height data interpolated by *Geo3D* and *WinSurf* programs

Interpoliavimo metodai	Dispersijos įvertis σ_h m	
	<i>Geo3D</i>	<i>WinSurf</i>
Tiesinis	3,235	3,269
Svorinis	3,188	3,208
<i>Kriging</i>	3,214	3,213



4 pav. Aukščių taškų tinklo, sutankinto *Geo3D* programa pagal fotogrametrinius duomenis, fragmentas:
+ – fotogrametriniai taškai,
• – sutankinti taškai

Fig. 4. Fragment of the network of height points multiplexed by *Geo3D* program using photogrammetric data:
+ – photogrammetric point,
• – multiplexed point

2 lentelė. Absolūtieji *Geo3D* ir *WinSurf* programomis interpoliuotų aukščių duomenų dispersijos įverčių skirtumai

Table 2. Absolute discrepancies between the estimated dispersion of height data interpolated by *Geo3D* and *WinSurf* programs

Interpoliavimo metodai	Absolūtusis dispersijos įverčių skirtumas $\Delta\sigma_h$, m
Tiesinis	0,034
Svorinis	0,020
<i>Kriging</i>	0,001

Taikant skirtingus interpoliavimo algoritmus apskaičiuoti absoliutieji aukščių reikšmių kvadratinis nuokrypių skirtumai pateikti 2 lentelėje.

Didžiausias absoliutusias apskaičiuotų dispersijos įverčių skirtumas – 34 cm gautas tiesiniu interpoliavimo metodu.

Geo3D ir *WinSurf* programomis tais pačiais interpoliavimo metodais gautų paviršių nesutapimo priežastis – programose taikyti skirtingi interpoliavimo algoritmai.

5. Išvados

Išanalizavus interpoliavimo metodus, sudaryta programa *Geo3D* įvairaus dydžio vietovių erdviniams paviršiams modeliuoti. Interpoliavimo algoritmai pertvarkyti, patikslinti bei pritaikyti *MATLAB* paketo vykdomajam kodui.

Sukūrus eksperimentinius vietovės paviršiaus modelius pagal geodezinius ir fotogrametrinio apdorojimo duomenis, nustatyta, kad *Geo3D* lengvai leidžia analizuoti sudaromojo modelio patikimumą, nagrinėti interpoliavimo duomenis, atlikti jų vizualizavimą. Atviras programos kodas, patogiu ja naudotis ir tikslinga taikyti, siekiant efektyviai pateikti pagrindinius skaitmeninių paviršiaus modelių sudarymo etapus.

Geo3D programa gali būti tankinamas fotogrametriniu būdu sukurtas aukščių tinklas, nereikia atlikti tiek daug stereofotogrametrinių matavimų

Įvertinus *Geo3D* programos patikimumą vietovės reljefo modeliui sudaryti, nustatyta, kad didžiausias aukščių duomenų sklaidos skirtumas gautas taikant tiesinį (34 cm), o mažiausias – *Kriging* interpoliavimo metodą.

Literatūra

- Biran, A.; Breiner, M. 1997. *Matlab for Engineers*. Addison-Wesley. 668 p.
- Foley, J.; Feiner, S.; Hughes, J. 2000. *Computer Graphics: Principles and Practice*. Addison-Wesley. 1175 p.
- Goovaerts, P. 1997. *Geostatic for Natural Resources Evaluation*. New York: Oxford University Press. 477 p.
- Konecny, G. 2003. *Geoinformation: Remote Sensing, Photogrammetry and Geographical Information Systems*. London and New York: Taylor and Francis. 248 p.
doi:10.4324/9780203469644

- Kumetaitenė, A. 2006. Skaitmeninio reljefo modelio sudarymas skirtingais geostatistiniais reljefo modeliavimo metodais, *Geografija* [Geography] 42(1): 28–32.
- Kumetaitenė, A.; Vaitkevičienė, J. 2008. Reljefo modeliavimo metodai, taikomi užstatytų teritorijų topografiniams planams sudaryti, *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 34(4): 134–138.
doi:10.3846/1392-1541.2008.34.134-138
- Kumetaitenė, A.; Zakarevičius, A. 2006. Skaitmeninių reljefo modelių tikslumo sąsąjį su modeliavimo parametrais ir reljefo morfometrinėmis savybėmis regresinė analizė, *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 32(3): 71–76.
- Komzisk, L. 2007. *Approximation Techniques for Engineers*. CRC Press. 296 p.
- Linder, W. 2006. *Digital Photogrammetry. A Practical Course*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. 214 p.
- Manual of Photogrammetry* (Edited by Chris McGlone). 2004. Fifth Edition. American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Maryland, USA. 1151 p.
- Ruzgienė, B. 2007. Comparison between digital photogrammetric systems, *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 33(3): 75–79.
- Ruzgienė, B. 2010. Skaitmeninio reljefo modelio kūrimo metodai ir tikslumo tyrimas, taikant skaitmeninės fotogrametrijos technologiją, *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 36(2): 57–62. doi:10.3846/gc.2010.09
- Stankevičius, Ž.; Zakarevičius, A. 1999. Netolygiųjų atsitiktinių deformacijų sumažinimas transformuojant fragmentiškai, *Geodezija ir kartografija* [Geodesy and Cartography] 25(3): 123–127.
- Tumas, R. 2006. *Aplinkos geoinformacijos sistemos*. Enciklopedija. Vilnius. 263 p.

Viktor NAREIKO. Master student. Vilnius Gediminas Technical University, Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania (Ph +370 60718 344).
Research interests: GIS, 3D modeling.

Birutė RUZGIENĖ. Associate Professor, Doctor. Vilnius Gediminas Technical University, Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania (Ph +370 5 2744 703, Fax +370 5 2744 705).

Doctor (Vilnius Gediminas Technical University, 1999). Research training at Moscow Institute of Geodesy, Aerial Surveying and Cartography, at Norway AO Fjellanger Widerøe, at Warsaw Institute of Geodesy and Cartography, at Photogrammetry Institute of Bonn University. Author of teaching book and more than 30 scientific papers.

Research interests: digital photogrammetric mapping, image interpretation, features extraction from remote sensing data.

Adomas ŪSELIS. PhD student. Vilnius Gediminas Technical University, Dept of Building Energetics, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania (Ph +370 5 2744 719).
Research interests: GIS, 3D building modeling.