

METHODS AND CONSTITUTIVE MODELS FOR DEFORMATIONAL ANALYSIS OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE MEMBERS

G. Kaklauskas

To cite this article: G. Kaklauskas (2000) METHODS AND CONSTITUTIVE MODELS FOR DEFORMATIONAL ANALYSIS OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE MEMBERS, *Statyba*, 6:5, 329-338, DOI: [10.1080/13921525.2000.10531610](https://doi.org/10.1080/13921525.2000.10531610)

To link to this article: <https://doi.org/10.1080/13921525.2000.10531610>



Published online: 26 Jul 2012.



Submit your article to this journal [↗](#)



Article views: 91

LENKIAMŪJŲ GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ DEFORMATYVUMO VERTINIMO METODAI IR FIZIKINIAI MODELIAI

G. Kaklauskas

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

1. Įvadas

Tūkstantmečių sandūroje statybos inžinieriai gelžbetoninių konstrukcijų apskaičiavimams gali taikyti empirinius normų arba skaitinius metodus. Įvairių šalių normos taiko skirtingas prielaidas bei metodus stiprumui, pleišetumui bei standumui apskaičiuoti. Sudėtingi šios kompozitinės medžiagos darbo aspektai (netiesinės savybės, betono pleišėjimas, susitraukimas bei valkšnumas, armatūros ir betono sukibimo pažeidimai ir kt.), dažniausiai atspindimi gausybe empirinių formulių bei koeficientų, lėmė tai, kad gelžbetonio teorija tarsi laikoma savarankiška statybinių konstrukcijų mokslo šaka.

Universalūs skaitiniai metodai, kurie sparčiai tobulėjo pastaruosius trisdešimt metų, teoriškai gali įvertinti visus galimus fizikinius efektus. Deja, šis tobulėjimas daugiau susijęs su matematinių metodų tobulinimu, o ne su fizikinių modelių kūrimu. Iki šiol nėra sukurtas universalus fizikinis modelis, tinkantis visų tipų konstrukcijoms bei visiems apkrovų poveikiams. Maža to, net ir konkretiems uždaviniams taikomos fizikinės priklausomybės dažnai yra supaprastintos ir neatspindi sudėtingos daugiabriaunės šios kompozitinės medžiagos darbo prigimties.

Bendriausias principas, kuriuo remiantis visi gelžbetoninių konstrukcijų skaitinio modeliavimo darbai gali būti suskirstyti į dvi dideles grupes, yra pasirinktas betono pleišėjimo modelis. Jie yra tokie: 1) *diskrečių plyšių modelis*, kuriuo modeliuojamas kiekvienas konstrukcijoje atsiradęs plyšys; 2) *vidutinių plyšių modelis*, kurį taikant skaičiuojami vidutiniai įtempiai bei deformacijos ir neatsižvelgiama į diskrečius plyšius. Vertinant lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformatyvumą, būtina aprašyti armatūros, gniuždomojo betono ir supleišėjusio tempiamojo betono fizikines priklausomybes. Armatūros įtempimų-deformacijų diagramos modeliavimas yra nesudėtingas. Yra pasiūlyta daug gniuždomojo betono

įtempimų-deformacijų diagramų, tačiau tamprumo moduliui skirtingos priklausomybės duoda panašius deformatyvumo vertinimo rezultatus. Adekvatus supleišėjusio tempiamojo betono darbo įvertinimas yra bene svarbiausia ir sudėtingiausia problema, nustatant trumpalaikę apkrova paveiktų gelžbetoninių elementų deformatyvumą.

Kai kurie tyrinėtojai gelžbetoninių konstrukcijų deformatyvumo modeliavimui siūlė taikyti visą (įskaitant ir krintančiąją dalį) betono įtempimų-deformacijų diagramą, eksperimentiškai nustatytą iš centriškai tempiamųjų nearmuotų betoninių bandinių. Tačiau yra netikslu tokias diagramas taikyti supleišėjusių gelžbetoninių konstrukcijų tempiamajam betonui modeliuoti, nes betono tarp plyšių tempimo įtempiai turi kitą fizikinę prasmę – jie priklauso nuo bendro armatūros ir betono darbo. Tempiamojo betono darbas tarp plyšių dažniausiai modeliuojamas vidutinių įtempimų-deformacijų diagrama, gauta iš tempiamųjų gelžbetoninių elementų bandymų. Deja, tokių diagramų taikymas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformatyvumo apskaičiavimui nėra pagrįstas. Šiuo metu tėra žinomas vienas supleišėjusio tempiamojo betono fizikinis modelis [1], gautas iš lenkiamųjų gelžbetoninių elementų eksperimentinių tyrimų, tačiau ir šiam modeliui išvesti buvo taikomos labai supaprastintos prielaidos.

Straipsnyje apžvelgiami analitiniai ir skaitiniai lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, paveiktų trumpalaikę apkrova, deformatyvumo analizės metodai. Pateikiami įvairūs betono ir armatūros fizikiniai modeliai, daugiausia dėmesio skiriant tempiamojo betono pleišėjimo ir darbo tarp plyšių modeliavimui taikant vidutinių plyšių koncepciją.

2. Empiriniai metodai

Ankstyvojoje gelžbetonio teorijos raidos stadijoje deformatyvumo problemos nebuvo nagrinėjamos. Pirmieji bandymai apskaičiuojant gelžbetoninių konstrukcijų

deformacijas buvo paremti klasikiniais medžiagų atsparumo teorijos principais. Suprantama, taip apskaičiuoti supleišėjusių gelžbetoninių konstrukcijų įlinkiai yra žymiai mažesni už tikruosius. Vėlesnėse teorijose, remiantis stiprumo teorija, buvo laikoma, kad skerspjūvyje žemiau neutraliosios ašies betonas neatlaiko tempimo įtempių. Taip apskaičiuoti gelžbetoninių sijų, ypač silpnai armuotų, įlinkiai labai viršijo eksperimentinius įlinkius. Taip yra todėl, kad net ir supleišėjęs tempiamasis betonas ruožuose tarp plyšių dėl bendro darbo su armatūra atlaiko nemažus tempimo įtempius. Šio efekto (angl. *tension stiffening*) įvertinimas skaičiuojant lemia žymų konstrukcijos sustandėjimą. Pasiūlyta nemaža empirinių metodų ir fizikinių priklausomybių tempiamojo betono tarp plyšių darbui įvertinti. Kaip vienas svarbiausių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų standumo tyrimo aspektų šis klausimas skaitinio modeliavimo uždaviniams plačiau aptariamas 3.2.5 skirsnyje.

Toliau standumo metodai, kuriais jau buvo įvertintas tempiamojo betono tarp plyšių darbas, buvo tobulinami tiek Rytų (V. I. Murašev [2], A. A. Gvozdev, S. A. Dmitrijev, V. P. Artiomjev, J. M. Nemirovskij, V. S. Rokač, V. V. Figarovskij, W. Kuzcynski ir kt.), tiek Vakarų (pvz., D. Branson, W. Y. Wei, G. Winter, P. S. Rao, B. V. Subrahmanyam, L. A. Clark ir D. M. Speirs [3]) mokslininkų. Geras tradicijas gelžbetoninių konstrukcijų standumo tyrimo srityje turi Lietuva. Originalią gelžbetoninių elementų deformatyvumo teoriją pasiūlė A. Rozembliumas [4], kuris sukūrė savo mokyklą. Jo pasekėjai buvo V. N. Nemen, V. Jokūbaitis, A. Nakas, P. Gerdžiūnas, I. Židonis. Gelžbetoninių konstrukcijų deformatyvumą Lietuvoje taip pat tyrinėjo G. Marčiukaitis, R. Šimkus ir kt.

1950 m. rusų mokslininkas V. I. Murašev [2] sukūrė kokybiškai naują supleišėjusių gelžbetoninių elementų deformatyvumo apskaičiavimo teoriją. Ši teorija buvo paremta plokščiųjų pjūvių prielaida bei gausių eksperimentinių tyrimų rezultatais. Joje buvo įvertinamos netampriosios gniuždomojo betono deformacijos bei tempiamojo betono tarp plyšių darbas. Šis metodas, kurį toliau tobulino A. A. Gvozdev ir jo mokiniai, buvo pritaikytas sovietinėse projektavimo normose (SNIp) [5], kurios dar tebegalioja Lietuvoje.

Amerikiečių mokslininkas D. Branson [6] pasiūlė bene plačiausiai Vakaruose taikomą standumo apskaičiavimo metodą, pagrįstą „efektyvaus“ inercijos momento taikymu. Šis metodas dabar taikomas ne tik JAV

normose (ACI) [7], bet ir Kanados, Australijos, Naujosios Zelandijos bei Pietų Amerikos šalių normose. Euronormų (EC2) [8] metodas (tas pats kaip ir Europos betono komiteto (CEB-FIP) metodas) pateikia kitą empirinį standumo apskaičiavimo būdą, kuriame, skirtingai nuo JAV normų (ACI) metodo, įvertinamas armatūros strypų paviršiaus faktorius. Reikia pažymėti, kad JAV normų ir euronormų metodai yra palyginti paprasti, tuo tarpu SNIp metode yra daug empirinių priklausomybių. Pateikiamos šių trijų normų metodų pagrindinės priklausomybės trumpalaikio apkrovimo atvejui.

SNIp [5] metodas. Supleišėjusio gelžbetoninio elemento kreivis išreiškiamas per vidutines tempiamosios armatūros ϵ_{sm} ir kraštinio gniuždomojo betono sluoksnio ϵ_{cm} deformacijas:

$$\kappa = \frac{\epsilon_{sm} + \epsilon_{cm}}{d}, \quad (1)$$

kur

$$\epsilon_{sm} = \psi_s \epsilon_s = \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} = \psi_s \frac{M}{z A_s E_s}, \quad (2)$$

$$\epsilon_{cm} = \psi_c \epsilon_c = \psi_c \frac{\sigma_c}{v E_c} = \psi_c \frac{M}{(1 + \phi_f) E_c z b v d}, \quad (3)$$

M – išorės momentas; z – skerspjūvio vidaus jėgų pety; d – naudingasis skerspjūvio aukštis; ψ_s – vidutinių armatūros deformacijų ϵ_{sm} bei armatūros deformacijų plyšio pjūvyje ϵ_s santykis; ψ_c – analogiškas koeficientas kraštiniam gniuždomojo betono sluoksniui; A_s – tempiamosios armatūros skerspjūvio plotas; E_s , E_c – atitinkamai armatūros ir betono tamprumo moduliai; ξ – santykinis gniuždomosios zonos aukštis; v – koeficientas, kuriuo įvertinamos gniuždomojo betono plastinės deformacijos; ϕ_f – koeficientas, kuriuo įvertinama gniuždomosios armatūros bei gniuždomosios tėjinio skerspjūvio lentynos įtaka.

Tobulinant šį metodą, daugiausia dėmesio buvo skiriama empiriniam koeficientui ψ_s , kuriuo įvertinamas tempiamojo betono darbas virš plyšio bei tarp plyšių, nustatyti:

$$\psi_s = \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_s} = 1,25 - \phi_{ls} \frac{M_{cr}}{M} \leq 1, \quad (4)$$

M_{cr} – pleišėjimo momentas; ϕ_{ls} – koeficientas, priklausantis nuo strypų paviršiaus: 1,1 – rumbuotiems, 1 – lygiems strypams. Koeficientas ψ_s paprastai kinta nuo 0,3 iki 1.

JAV normų (ACI [7]) metodas. Gelžbetoninių elementų kreivis išreiškiamas klasikine išraiška – $\kappa = M / EI$, kur EI – standumas lenkiant. D. Branson [6] pasiūlė skirtingoms apkrovimo stadijoms taikyti pastovų betono deformacijų modulį (lygų tamprumo moduliui E_c), bet kintamą inercijos momentą I . Tampriai darbo stadijai inercijos momentas I_g nustatomas visam betoniniam skerspjūviui, neįvertinant armatūros. Armatūros takumą atitinkančiai apkrovai inercijos momentas I_{cr} nustatomas kaip supleišėjusiam skerspjūviui, neįvertinant tempiamojo betono dalies. D. Branson [6] pasiūlė tokią empirinę inercijos momento priklausomybę apkrovai, kuri yra didesnė už plyšius sukėlusią apkrovą, bet mažesnė už armatūros takumą atitinkančią apkrovą:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 \right] I_{cr}, \quad (5)$$

kur $M_{cr} = f_r I_g / y_t$ – pleišėjimo momentas; $f_r = 0,643 \sqrt{f'_c}$ [MPa] – iš lenkimo bandymų nustatytas tempiamojo betono stipris, neįvertinant jo plastinių savybių (angl. *modulus of rupture*); y_t – atstumas nuo skerspjūvio svorio centro iki tempiamojo krašto.

A. Ghali teigė, kad kai kuriems praktinio taikymo atvejams, kai armavimo koeficientas yra mažas arba lenkimo momentas yra nežymiai didesnis už pleišėjimo momentą, ACI metodu apskaičiuoti įlinkiai gali būti netikslūs.

Euronormų (EC2 [8]) metodas. Analogiškai JAV normų metodui gelžbetoniniame elemente išskiriami nesupleišęjęs (I) ir visiškai supleišęjęs (II) ruožai. Pirmajame ruože betonas ir armatūra dirba tampriai, o antrajame ruože visą tempimo jėgą atlaiko armatūra. Kreiviu nustatyti taikoma tokia interpoliacinė priklausomybė:

$$\kappa = (1 - \xi) \kappa_1 + \xi \kappa_2, \quad (6)$$

kur interpoliacijos koeficientas:

$$\xi = \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2, \quad (7)$$

κ_1 , κ_2 – atitinkamai I ir II ruožų kreiviai; β_1 – koeficientas, lygus 1 (rumbuotiems strypams) ir 0,5 (lygiems strypams); β_2 – koeficientas, kuriuo įvertinama apkrovos trukmė bei pobūdis: 1 – trumpalaikiai apkrovai, 0,5 – ilgalaikiai arba ciklinei apkrovai; σ_{sr} – įtempiai armatūroje, sukelti supleišėjimo momento; σ_s – nagrinėjamos apkrovos sukelti įtempiai armatūroje, laikant, kad visą tempimo jėgą atlaiko armatūra.

3. Skaitiniai metodai ir fizikiniai modeliai

D. Ngo ir A. C. Scordelis [9] paskelbė pirmąjį straipsnį, skirtą gelžbetoninių konstrukcijų (sijų) analizei baigtinių elementų metodu. Per daugiau nei 30 metų laikotarpį šis skaitinis metodas tapo universaliu gelžbetoninių konstrukcijų apskaičiavimo būdu. Taikant standartines baigtinių elementų programas (*Diana*, *S-Beta* ir kt.), įtempių-deformacijų būvis visoms apkrovimo stadijoms gali būti nustatytas bet kokios formos konstrukcijoms, įvertinant įvairius geometrinis bei fizikinius efektus (netiesines medžiagų savybes, pleišėjimą, tempiamojo betono darbą tarp plyšių, susitraukimą, valkšnumą, armatūros praslydimą betone, kaiščio efektą ir kt.). Deja, kaip minėta, ši skaitinių metodų raida daugiau buvo susijusi su matematinės pusės tobulinimu, o ne su fizikinių modelių kūrimu. Būtina pažymėti, kad kol kas nėra sukurtas universalus fizikinis modelis, tinkamas visiems konstrukcijų bei apkrovimo atvejams. Pasiūlyta daug fizikinių modelių konkreitiems uždaviniams spręsti, tačiau ir šie modeliai dažniausiai yra pernelyg supaprastinti ir netikslūs. Kitaip tariant, esami medžiagos modeliai nėra adekvatūs sudėtingam baigtinių elementų metodo matematiniam aparatui. Todėl empiriniais metodais gelžbetoninių konstrukcijų darbas dažnai įvertinamas tiksliau nei skaitiniais metodais.

Toliau aptariami svarbiausi skaitinio gelžbetoninių elementų, paveiktų trumpalaikiai apkrova, deformatyvumo modeliavimo aspektai.

3.1. Pleišėjimo modeliai

Dviejų kertinių darbų, pradėjusių naują erą gelžbetonio analizės teorijoje, autoriai – D. Ngo ir A. C. Scordelis [9] bei Y. R. Rashid [10] pasiūlė šiuos betono pleišėjimo modelius:

1. *Diskrečių plyšių modelis* [9]. Šis modelis atspindi realių konstrukcijų darbą, kai įvertinami visi diskretūs plyšiai, atsirandantys konstrukcijoje didėjant apkrovai. Jis leidžia įvertinti tai, kad konstrukcijose maksimalūs įtempiai armatūroje bei gniuždomajame betone yra diskrečių plyšių pjūviuose, o, tolstant nuo plyšių, įtempiai armatūroje bei gniuždomajame betone mažėja, o tempiamajame betone didėja. Šio modeliu pagrindiiniu trūkumu laikoma tai, kad, atsiradus kiekvienam naujam plyšiui, būtina keisti baigtinių elementų tinklą.

2. *Vidutinių plyšių modelis* [10]. Šiame modelyje laikomasi vidutinio plyšio koncepcijos, t. y. įsivaizduo-

jama, jog diskretus plyšys baigtiniame elemente pakeičiamas begale smulkių lygiagrečių plyšelių, turinčių jam adekvačią įtaką. Vidutinių plyšių modelyje imami tam tikri vidutiniai įtempiai bei deformacijos, o supleišėjęs betoną traktuojamas kaip kontinuali medžiaga su pakitusiomis savybėmis.

Yra žinomi keli vidutinių plyšių modeliai, iš kurių išskirtini šie: (a) Fiksuoto plyšio modelis, kuriame plyšio kryptis nusakoma svarbiausių įtempių kryptimi plyšio atsiradimo momentu. Didėjant apkrovai, plyšio kryptis nekinta ir yra medžiagos ortotropijos ašis. Bendruoju atveju deformacijos ašys gali nesutapti su ortotropijos ašimis. (b) Besisukančio plyšio modelis, kuriame svarbiausių įtempių kryptys sutampa su svarbiausių deformacijų kryptimis, o kartu ir su ortotropijos ašimis.

Uždavinio tikslas lemia konkretaus plyšių (diskrečių arba vidutinių) modelio taikymo tikslingumą. Jei reikia ištirti bendrą konstrukcijos apkrovos-įlinkių (deformacijų) darbą, nesigilinant į pleišėjimo ypatumus, tikslingiau taikyti vidutinių plyšių modelį. Kita vertus, jei svarbu detalai įvertinti įtempių-deformacijų būvį plyšiuose bei tarp plyšių (pvz., įstrižojo pjūvio stiprumo uždaviniuose), prasminga naudoti diskrečių plyšių modelį, kartu taikant irimo mechanikos principus. Daugumai inžinerinių uždavinių, kaip paprastesnis ir dažnai tikslesnis, taikomas vidutinių plyšių modelis.

3.2. Betono bei armatūros fizikiniai modeliai

3.2.1. Gniuždomasis betonas

Pirmuose baigtinių elementų modeliuose gniuždomajam betonui buvo taikoma tamprios ir idealiai plastinės medžiagos diagrama (1 pav. kreivė 1). Buvo manoma, jog plastinėms plokštės deformacijoms daugiausia įtakos turi tempiamojo betono pleišėjimas bei netampriosios armatūros deformacijos, bet ne gniuždomojo betono plastinės deformacijos. Vėlesniuose modeliuose buvo naudotos įtempių-deformacijų kreivės, paremtos eksperimentiniais vienašio gniuždymo rezultatais. Vidutinio stiprio betonams pirmosios plastinės deformacijos pasireiškia, esant įtempiams $\sigma_c = 0,3f'_c$ apkrovos (f'_c – betoninio cilindro arba prizmės stipris gniuždant), o esant maksimaliems įtempiams ($\sigma_c = f'_c$) plastinės deformacijos apytikriai yra lygios tampriosioms. Gniuždomojo betono σ - ϵ diagramų priklausomybes pasiūlė S. P. Shah ir S. H. Ahmad, E. Hognestad ir kt. [11], W. H. Dilger ir kt., P. T. Wang, G. M. Smith ir

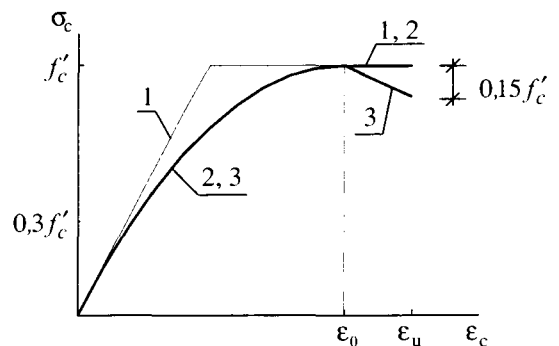
L. E. Young, P. R. Barnard, R. Park ir T. Paulay, T. Szulczynski ir M. A. Sozen, H. E. H. Roy, A. C. A. Liebenberg, D. C. Kent, S. A. Popovics, M. Ros [12], L. P. Saenz, M. A. Mansur ir kt.). Pateikiamos kelios dažniau taikomos priklausomybės:

$$\sigma_c = f'_c \left[2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] \quad [11], \quad (8)$$

$$\sigma_c = f'_c \frac{1,1E_c \epsilon_c / \epsilon_0 - (\epsilon_c / \epsilon_0)^2}{1 + (1,1E_c \epsilon_0 / f'_c - 2) \epsilon_c / \epsilon_0} \quad [8], \quad (9)$$

σ_c , ϵ_c – gniuždomojo betono įtempiai bei deformacija; f'_c , ϵ_0 – standartinio gniuždomojo bandinio maksimalūs įtempiai bei atitinkanti deformacija.

(8) bei (9) priklausomybės apibūdina kylančiąją σ - ϵ kreivės dalį, tuo tarpu krintančioji dalis dažnai imama tiesės formos, kurios pavyzdžiai pateikti 1 pav. (2, 3 kreivės). Nors lenkiamųjų elementų tyrimuose nustatytos ribinės gniuždomojo betono deformacijos ϵ_u kitimo ribos yra (0,0025–0,006), dažniausiai ϵ_u imama tarp 0,003 ir 0,004.



1 pav. Gniuždomojo betono įtempių-deformacijų diagramos: 1 – idealiai tamprai ir plastinė, 2 – tamprai ir plastinė sustiprėjanti, 3 – tamprai ir plastinė stiprėjanti su krintančiąja dalimi

Fig 1. Constitutive relationships for compressive concrete: 1 – ideal elastic-plastic, 2 – elastic-plastic with workhardening, 3 – elastic-plastic with workhardening and strain softening

D. J. Carreira ir K.-H. Chu [13] pasiūlė tokią visą (įskaitant ir krintančiąją dalį) σ - ϵ priklausomybę:

$$\sigma_c = \frac{\beta_c f'_c (\epsilon_c / \epsilon_0)}{\beta_c - 1 + (\epsilon_c / \epsilon_0)^{\beta_c k_2}}, \quad (10)$$

kur β_c ir k_2 yra empiriniai faktoriai.

E. Thorenfeldt ir kt. pasiūlė (10) priklausomybę taikyti stipriesiems betonams imant:

$$\beta_c = 1 / (1 - f'_c / \epsilon_0 E_c), \quad (11)$$

o M. A. Mansur ir kt. pasiūlė tokią k_2 koeficiento išraišką:

$$k_2 = (42,5 / f'_c)^{1,3}. \quad (12)$$

Pateikta daug įvairių priklausomybių ϵ_0 deformacijai nustatyti, iš kurių pažymėtinos šios:

$$\epsilon_0 = (1,6 + 0,00371 f'_c) \times 10^{-2} \quad [12], \quad (13)$$

$$\epsilon_0 = 0,71 \times 10^{-5} f'_c + 0,00168 \quad [13], \quad (14)$$

kur f'_c išreikštas MPa.

Apibendrinęs įvairių autorių eksperimentinius tyrimus (betono stipris kito nuo 10 iki 10 MPa), B. Nicolo ir kt. [14] pasiūlė tokią empirinę priklausomybę:

$$\epsilon_0 = 0,00076 + [(0,626 f'_c - 4,33) \times 10^{-7}]^{0,5}. \quad (15)$$

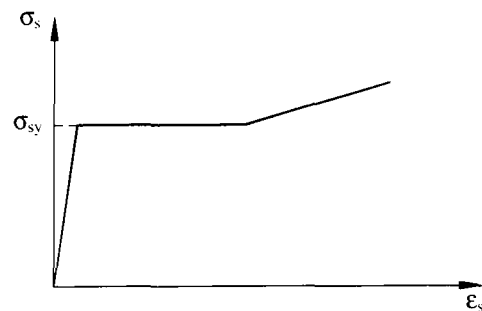
3.2.2. Tempiamasis betonas

Kaip žinoma, betono stipris tempiant yra apie 10 – 20 kartų mažesnis nei stipris gniuždant. Savo ruožtu betono stipris gniuždant yra vidutiniškai 10 – 20 kartų mažesnis nei armatūros stipris tempiant ir gniuždant. Atrodytų, kad tempiamąjį betono įtaka yra nedidelė gelžbetoninių konstrukcijų darbui. Iš tiesų, skaičiuojant lenkiamųjų elementų stiprumą, tempiamąjį betono įtempimų galima nevertinti. Tačiau, kai skaičiuojami įlinkiai eksploatacinei apkrovai, neįvertinus tempiamąjį betono darbo net ir supleišėjusiuose elementuose, gali būti daroma net didesnė nei 100% paklaida.

Tempiamąjį betono darbą, įskaitant ir krintančiąją σ – ϵ diagramos dalį, tyrė B. P. Hughes, G. P. Chapman, R. H. Evans, M. S. Marathe, A. Notkus, A. Kudzys, R. Kupliauskas. Viena ašimi tempiamasis betonas praktiškai dirba tampriai, kol įtempiai neviršija 60% stiprumo tempiant f_{cr} . Šie įtempiai gali būti laikomi tamprio riba. Prasidėjęs mikropleišėjimas tampa ypač pastebimas, kai įtempiai pasiekia 75% f_{cr} . Pasiekus maksimalius f_{cr} ir juos atitinkančias deformacijas ϵ_{cr} , tampriosios ir platinės deformacijos apytikriai yra lygios. Viršijus deformacijas ϵ_{cr} , betonas dar ilgai atlaiko įtempius. Nearmuotųjų betoninių bandinių σ – ϵ diagramos krintančiosios dalies tyrimai parodė, kad maksimalios deformacijos gali viršyti ϵ_{cr} net 30 kartų.

3.2.3. Armatūra

Armatūros fizikinis modelis gali būti idealizuojamas dvejų, trijų linijų (2 pav.) priklausomybe arba bet kokia laužyta linija, atitinkančia faktinę armatūros tempimo (gniuždymo) σ – ϵ diagramą. Jei armatūros strypai modeliuojami atskiru sluoksniu, to sluoksnio standumas statmena strypų ašiai kryptimi bei Puasono koeficientas ν lygūs nuliui.



2 pav. Armatūros σ – ϵ diagrama

Fig 2. Stress-strain relationship for steel reinforcement

3.2.4. Bendras armatūros ir tempiamąjio betono darbas

Bendrą armatūros ir betono darbą užtikrina šių medžiagų sukibimas. Dėl labai skirtingų armatūros ir tempiamąjio betono deformacinių bei stiprumo savybių bendras darbas yra labai sudėtingas ir sunkiai įvertinamas. Prieš atsirandant plyšiams armatūros ir betono sukibimą galima laikyti idealiu, tačiau, didėjant apkrovai ir vystantis plyšiams, atsiranda sukibimo defektai, lemiantys armatūros praslydimą betone. Sukibimo kokybė priklauso nuo armatūros paviršiaus, betono stiprumo, apkrovimo eigos, apkrovos krypties, įtempimų būvio ir kitų faktorių. Pavyzdžiui, veikiant gniuždymo įtempiams skersine kryptimi, maksimalūs tangentiniai įtempiai armatūros ir betono kontakto paviršiuje gali padidėti keletą kartų.

Betono pleišėjimo ir sukibimo efektai iš esmės yra modeliuojami dvejopai:

1) *Tempiamąjio betono vidutinių įtempimų-deformacijų diagrama*, kuria įvertinamas betono pleišėjimas, darbas tarp plyšių bei armatūros praslydimas. Trumpumo dėlei šių reiškinį visumą toliau vadinsime tempiamąjio betono darbu tarp plyšių. Tokia tempiamąjio betono diagrama taikoma vidutinių plyšių modelyje. Kadangi šis armatūros ir betono sukibimo efektų įvertinimo būdas ir taikomas šiame darbe, plačiau jis aptariamas kitame skirsnyje.

2) *Armatūros ir tempiamojo betono sukibimo-praslydimo priklausomybė*. Remdamiesi R. J. Wilkins, R. M. Mains, K. R. Peattie ir J. A. Pope, E. S. Perry ir J. N. Thompson, A. H. Nilson, J. Houde ir M. S. Mirza eksperimentiniais tyrimais, armatūros ir tempiamojo betono sukibimo-praslydimo priklausomybes pasiūlė A. H. Nilson, K. Dörr, A. D. Edwards ir P. J. Yannopoulos, Pochanart, T. Harmon, J. G. Nammur ir A. E. Naaman [15]. Pastarieji autoriai bei R. J. Allwood ir A. A. Bajarwan [16] šiuo klausimu pateikė literatūros apžvalgą.

3.2.5. Tempiamojo betono darbo tarp plyšių modeliavimas

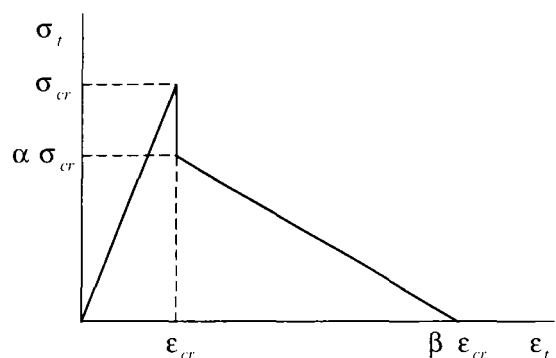
Dar XIX šimtmečio pabaigoje atlikti tempiamųjų armuotų betono prizmių bandymai [17] parodė, kad šių bandinių vidutinės deformacijos buvo žymiai mažesnės nei vien armatūros strypų (nevertinant betono) deformacijos. E. Mörsch [18] šį reiškinį paaiškino supleišėjusio betono gebėjimu atlaikyti tempimo įtempius tarp plyšių, kas ir lėmė bendrą elemento standumo padidėjimą. Kai kurie tyrinėtojai gelžbetoninių konstrukcijų deformatyvumo modeliavimui siūlė taikyti visą nearmuotojo centriškai tempiamojo betono σ – ϵ diagramą, nustatytą iš eksperimentinių tyrimų. Tačiau, kaip pastebėjo W. C. Schnobrick [19], tokių diagramų negalima taikyti gelžbetoninėms konstrukcijoms, nes betono tarp plyšių tempimo įtempiai turi skirtingą fizikinę priežastį – juos lemia bendras armatūros ir betono darbas.

Šie autoriai gelžbetoninių konstrukcijų darbo analizei pasiūlė įvairiomis prielaidomis pagrįstus supleišėjusio tempiamojo betono fizikinius modelius: P. S. Rao ir B. V. Subrahmanyam [20], L. A. Clark ir D. M. Speirs [3], R. I. R. I. Gilbert ir R. F. Warner [21], A. K. Gupta ir S. R. Maestrini, H. C. Chan ir kt., F. J. Vecchio ir M. P. Collins [22], B. Massicote ir kt., J. Izumo ir kt., H. Floegl ir H. A. Mang, G. Gajer ir P. F. Dux, W. H. Gerstle ir kt., S. Balakrishnan ir D. W. Murray, T. C. T. Hsu [23], A. Ramaswamy, M. A. Polak ir K. G. Blackwell [24].

Dažniausiai supleišėjusio tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų diagramos yra sukuriamos, remiantis gelžbetoninių elementų eksperimentiniais tyrimais (tempimo, šlyties), iš kurių minėtini B. B. Broms, A. W. Beeby, Y. Goto, G. D. Base ir kt., A. H. Nilson, J. Houde ir M. S. Mirza, F. J. Vecchio ir M. P. Collins

[25], T. C. T. Hsu [23] bandymai. Yra pasiūlyta nemaža supleišėjusio tempiamojo betono diagramų [26–28], iš kurių dažniausiai taikoma parodyta 3 pav. Jos kylančioji dalis apibūdina nesupleišėjusio betono darbą, o krintančioji dalis akumuliuoja pleišėjimo, betono darbo tarp plyšių bei armatūros praslydimo efektus. Priklausomybė charakterizuojama koeficientais α ir β , kurie susieti su pleišėjimo įtempiais σ_{cr} bei juos atitinkančia deformacija $\epsilon_{cr} = \sigma_{cr} / E_c$. Pasiekus vidutinę deformaciją $\beta\epsilon_{cr}$, tempiamasis betonas nebeatlaiko jokių vidutinių įtempių.

Kai kurie autoriai siūlė taikyti įvairias fiksuotas koeficiento β , charakterizuojančio tempiamojo betono tarp plyšių darbą, reikšmes. R. I. Gilbert ir R. F. Warner [21], A. Scanlon ir D. W. Murray [26], S. C. Lin ir A. C. Scordel [27] laikė, kad β lygus 10. F. Damjanic ir D. R. J. Owen [29] siūlė šlyties uždaviniuose β imti tarp 5 ir 10 bei lenkimo uždaviniuose tarp 20 ir 25. G. A. Mehlhorn ir R. J. Cope taikė β reikšmes, kurios pateko į minėtų reikšmių diapazoną.



3 pav. Tempiamojo betono vidutinių įtempių-deformacijų diagrama gelžbetoninių elementų deformatyvumui apskaičiuoti

Fig 3. Average stress-strain relationship for concrete in tension for deformational analysis of reinforced concrete members

Toliau pateikiamos kelios labiausiai žinomos tempiamojo betono vidutinių σ – ϵ diagramos gelžbetoninėms konstrukcijoms modeliuoti.

F. J. Vecchio ir M. P. Collins, remdamiesi gelžbetoninių diskų, paveiktų grynąja šlytimi, bandymais [25], *modifikuoto gniuždymo lauko* (angl. *modified compression field*) teorijoje [22] pasiūlė tokią priklausomybę:

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{cr}}{1 + \sqrt{200\epsilon_t}} \quad (16)$$

σ_t ir ϵ_t – atitinkamai tempiamojo betono įtempiai bei deformacija; σ_{cr} – tempiamojo betono stipris. Šiai priklausomybei, kuri gauta iš stipriai armuotų elementų eksperimentų rezultatų, apytikriai įvertinta reikšmė lygi 20.

T. S. T. Hsu [23] *vientisoje gelžbetonio teorijoje* (angl. *unified theory of reinforced concrete*) pasiūlė tokią priklausomybę:

$$\sigma_t = \sigma_{cr} \left(\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_t} \right)^{0,4}. \quad (17)$$

D. J. Carreira ir K.-H. Chu [30] pasiūlė priklausomybę, analogišką gniuždomojo betono σ – ϵ diagramai (10):

$$\sigma_t = \frac{\beta_t f_t' (\epsilon_t / \epsilon_t')}{\beta_t - 1 + (\epsilon_t / \epsilon_t')^{\beta_t}}, \quad (18)$$

β_t – empirinis koeficientas.

Tiksliai atlikti tempiamųjų [31, 32] ir lenkiamųjų [3, 33, 34] gelžbetoninių elementų eksperimentiniai tyrimai parodė, kad tempiamojo betono vidutinių įtempimų-deformacijų diagrama priklauso ne tik nuo stiprumo tempiant, bet ir nuo armavimo koeficiento, armatūros strypų paviršiaus ir skersmens bei kitų faktorių.

G. K. V. Prakhya ir C. T. Morley [1], taikydami skaičiavimą supaprastinančias prielaidas bei remdamiesi L. A. Clark ir D. M. Speirs [3] bei L. A. Clark ir W. B. Cranston [33] sąlygų eksperimentiniais tyrimais, pasiūlė daugiaparametrį supleišėjusio tempiamojo betono fizikinį modelį lenkiamiesiems gelžbetoniniams elementams. Jie, pasinaudoję D. J. Carreira ir K.-H. Chu [30] tempiamojo betono σ – ϵ priklausomybe (18), pasiūlė tokią empirinio koeficiento β_t išraišką:

$$\beta_t = \left(\frac{100A_s}{b(h-x_{nt})} \right)^{0,366} \left(\frac{b(h-x_{nt})}{n\pi c d_b} \right)^{0,344} \left(\frac{c}{s} \right)^{0,146}, \quad (19)$$

A_s – tempiamosios armatūros skerspjūvio plotas; b , h – atitinkamai skerspjūvio plotis bei aukštis; c – armatūros apsauginio sluoksnio storis; d_b , s , n – atitinkamai tempiamosios armatūros strypų skersmuo, žingsnis bei skaičius; x_{nt} – gniuždomosios zonos aukštis, neįvertinant tempiamojo betono darbo.

Kadangi šiai priklausomybei išvesti buvo panaudota palyginti nedaug eksperimentinių duomenų (minimalus sąlygų armavimo procentas $p=0,45\%$), toks didelis priklausomųjų parametrų skaičius nebuvo statistiškai pagrįstas. Be to, kaip teigė patys autoriai [1], taikant šį

fizikinį modelį sluoksniuotam skerspjūviui, dėl grubokų prielaidų apskaičiuoti įlinkiai gaunami per dideli.

Kai kurių autorių (A. Hilleborg, G. C. Sih ir A. DiTommaso, P. E. Petersson ir P. J. Gustavasson, Z. P. Bažant ir B. Oh [35], Nallathambi ir kt.) pasiūlyti fizikiniai modeliai yra pagrįsti irimo mechanikos principais. Z. P. Bažant ir B. Oh [35] pasiūlė taikyti dviejų linijų tempiamojo betono σ – ϵ priklausomybę bei tokią β koeficiento išraišką:

$$\beta = E_c / E_t + 1, \quad (20)$$

krintančiosios dalies nuolydis nustatomas iš sąlygos:

$$E_t = -\frac{0,483E_c}{0,393 + \sigma_{cr}} \text{ [MPa]}. \quad (21)$$

Taikant praktines tempiamojo betono stiprio σ_{cr} reikšmes, iš (20) sąlygos apskaičiuota β reikšmė lygi 5–8.

H. H. Abrishami ir D. Mitchell [36] eksperimentiškai tyrė išilginių plyšių įtaką tempiamojo betono tarp plyšių darbui. Jie nustatė, kad išilginiai plyšiai gali žymiai sumažinti sąlygų standumą, kai apsauginio sluoksnio bei armatūros strypų skersmens santykis (c/d_b) yra mažesnis negu 2,5. Jie pasiūlė vidutinius tempiamojo betono įtempimus, apskaičiuotus pagal (9) formulę, padauginuti iš išilginių plyšių koeficiento α_3 :

$$\alpha_3 = 0,8c/d_b - 1, \text{ kai } 1,25 \leq c/d_b \leq 2,5,$$

$$\alpha_3 = 0, \text{ kai } c/d_b \leq 1,25. \quad (22)$$

4. Integralinis gelžbetoninių elementų deformatyvumo fizikinis modelis

Autorius sukūrė integralinį supleišėjusių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, apkrautų trumpalaikė apkrova, deformatyvumo fizikinį modelį [36]. Integralinis modelis, skirtingai nuo daugelio kitų modelių, buvo išvestas ne iš tempiamųjų arba grynąja šlytimi paveiktų eksperimentinių bandinių, o iš lenkiamųjų gelžbetoninių sąlygų eksperimentinių duomenų. Modelis pagrįstas vidutinių plyšių koncepcija, kai neatsižvelgiama į diskrečius plyšius ir supleišėjusiuose ruožuose taikomi vidutiniai įtempiai bei deformacijos. Pasiūlytasis modelis apima tradicinės armatūros ir gniuždomojo betono įtempimų-deformacijų diagramas bei integralinę tempiamojo betono fizikinę priklausomybę, kuria įvertinami betono pleišėjimo, darbo tarp plyšių, armatūros praslydimo bei betono susitraukimo efektai. Pasiūlytoji supleišėjusio

tempiamojo betono fizikinė priklausomybė buvo gauta taikant autoriaus sukurtą metodą [37], kuriuo tempiamojo (ir gniuždomojo) betono vidutinių įtempių-deformacijų kreivės apskaičiuojamos iš lenkiamojo gelžbetoninio elemento eksperimentinių momentų-deformacijų (kreivių) diagramų. Metodas pagrįstas originalia idėja, kai tempiamojo ir gniuždomojo betono įtempių-deformacijų kreivės nustatomos kraštiniam elemento sluoksniams, o gautosios įtempių-deformacijų diagramos taikomos kitiems (mažiau deformuotiems) sluoksniams. Integraliniu modeliu, kuris tinkamas taikyti tiek analitiniuose, tiek skaitiniuose metoduose, tiksliau nei kitais žinomais modeliais ar įvairių pasaulio šalių normų metodais apskaičiuojamos silpnai armuotų gelžbetoninių elementų deformacijos [36]. Autorius taip pat sukūrė alternatyvų neuroninių tinklų fizikinį deformatyvumo modelį. Neuroninių tinklų metodas, pagrįstas žmogaus smegenų darbo modeliavimo principais, tik prieš dešimtmetį pradėtas taikyti įvairiose mokslo srityse.

5. Išvados

Straipsnyje pateikta lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, apkrautų trumpalaikę apkrova, deformatyvumo skaičiavimo metodų (empirinių ir skaitinių) apžvalga ir analizė. Kritiškai įvertinti tradiciniai empiriniai normų skaičiavimo metodai, taikomi įvairiose šalyse, kurie gelžbetoninių konstrukcijų pleišetumą, standumą ir stiprumą vertina pagal skirtingas prielaidas ir metodikas. Šių metodų empirinės formulės dažnai yra griozdiškos ir neturi fizikinės prasmės.

Turint visas medžiagų įtempių-deformacijų diagramas, gelžbetoninės konstrukcijos, panašiai kaip metalinės ar medinės konstrukcijos, gali būti skaičiuojamos universaliais medžiagų atsparumo arba šiuolaikiniais skaitiniais metodais. Tokį skaičiavimą rekomenduoja ir euronormos. Atlikta skaitinių metodų taikymo gelžbetoninių konstrukcijų skaičiavimui analizė. Pateikti dažniausiai naudojami armatūros, gniuždomojo ir tempiamojo betono fizikiniai modeliai. Armatūros ir gniuždomojo betono diagramos yra žinomos, tačiau pasaulyje dar nėra pasiūlytas tikslus ir statistiškai patikrintas supleišėjusio tempiamojo betono fizikinis modelis.

Autorius, remdamasis eksperimentiniais lenkiamųjų gelžbetoninių elementų duomenimis, sukūrė integralinį supleišėjusių lenkiamųjų gelžbetoninių elementų, apkrautų trumpalaikę apkrova, deformatyvumo fizikinį mode-

lį. Integraliniu modeliu, kuris tinkamas taikyti tiek analitiniams, tiek skaitiniams metodams, tiksliau nei kitais žinomais modeliais ar įvairių pasaulio šalių normų metodais apskaičiuojamos silpnai armuotų gelžbetoninių elementų deformacijos.

Literatūra

1. G. K. V. Prakhya, C. T. Morley. Tension Stiffening and Moment-Curvature Relations for Reinforced Concrete Elements // *ACI Journal*, 87(5), 1990, p. 597–605.
2. В. И. Мурашев. Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона. Москва: Машстройиздат, 1950. 458 с.
3. A. Clark, D. M. Speirs. Tension Stiffening in Reinforced Concrete Beams and Slabs under Short-Term Load. Technical Report No 42.521, Cement and Concrete Association, London, 1978. 20 p.
4. А. М. Розембломас. Методы расчета по выявлению напряженного состояния железобетонных сечений, ослабленных трещиной // *Строительство и архитектура*, 4. Каунас, 1964, с. 48–64.
5. SNiP 2.03.01-84. Building Code: Concrete and Reinforced Structures (in Russian). Moscow: Gosstroj SSSR, 1985. 79 p.
6. D. E. Branson. Deformation of Concrete Structures. New York: McGraw Hill Book Company, 1977. 546 p.
7. ACI Committee 318. Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary (ACI 318-89/ACI 318R-89), American Concrete Institute (ACI), Detroit, 1989. 353 p.
8. Eurocode No 2 (EC2). Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings, Brussels, Belgium, 1992. 458 p.
9. D. Ngo, A. C. Scordelis. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams // *J. Amer. Concr. Inst.*, 1967, p. 152–163.
10. Y. R. Rashid. Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels. *Nucl. Eng. Des.*, 1968, p. 7:334–344.
11. E. Hognestad. A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members // *Biulletin 399*, University of Illinois Engineering Experiment Station, Urbana, Ill., 1951. 128 p.
12. M. Ros. Material-technological foundation and problems of reinforced concrete. Bericht No 162. Eidgenossische Materialprüfungs und Versuchsanstalt für Industrie, Bauswesen and Gewerbe, Zurich, Switzerland, 1950. 252 p.
13. D. J. Carreira, K.-H. Chu. Stress-Strain Relationship for Plain Concrete in Compression // *ACI Journal, Proceedings*, Vol 82, No 6, Nov.-Dec., 1985, p. 797–804.
14. De B. Nicolo, L. Pani, E. Pozzo. Strain of Concrete at Peak Compressive Stress for a Wide Range of Compressive Strengths // *Materials & Structures*, 1994, Vol 27, p. 206–210.

15. J. G. Nammur, A. E. Naaman. Bond Stress Model for Fiber Reinforced Concrete Based on Bond-Slip Relationship // *ACI Materials Journal*, Vol 86, No 1, 1989, p. 45–57.
16. Allwood R. J., Bajarwan A. A. Modeling Nonlinear Bond-Slip Behavior for Finite Element Analyses of Reinforced Concrete Structures // *ACI Journal*, Proceedings, Vol 93, No 5, Sept.-Oct., 1996, p. 16–24.
17. Considere. Influence des armatures metalliques sur le proprietes des mortiers et beton. (Influence of Metal Reinforcement on the Properties of Mortar and Concrete) // *Le Genie Civil*, Vol 34, No 15, 1899, p. 229–233.
18. E. Mörsch. *Concrete-Steel Construction*. New Yourk: McGraw Hill, 1909. 450 p.
19. W. C. Schnobrick. The Role of Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures // *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures: Proceedings of the Seminar sponsored by the Japan Society for the Promotion of Science and US National Science Foundation*. Published by ASCE, Tokyo, Japan, May 21–24, 1985, p. 1–24.
20. P. S. Rao, B. V. Subrahmanyam. Trisegmental Moment-Curvature Relations for Reinforced Concrete Members // *Proceedings of the American Concrete Institute*. Vol 70, No 5, May 1973, p. 346–351.
21. R. I. Gilbert, R. F. Warner. Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs // *J. Struct. Div. ASCE*, 104(12), 1978, p. 1885–1900.
22. F. J. Vecchio, M. P. Collins. The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear // *J. Amer. Concrete Inst.*, 83(2), 1986, p. 219–231.
23. T. T. C. Hsu. *Unified Theory of Reinforced Concrete*, CRC Press, Inc., 1993. 336 p.
24. M. A. Polak, K. G. Blackwell. Modelling Tension in Reinforced Concrete Members Subjected to Bending and Axial Load // *Journal of Structural Engineering*, ASCE. September, 1998, p. 1018–1024.
25. F. J. Vecchio, M. P. Collins. Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses. Publication No 82-03, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1982. 332 p.
26. A. Scanlon, D. W. Murray. Practical Calculation of Two Way Slab Deflection. *Concrete Int.*, Vol 4, No 11, 1982, p. 43–50.
27. S. C. Lin, A. C. Scordelis. Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form // *J. Struct. Div., ASCE*, 101(3), 1975, p. 523–538.
28. A. Vebo, A. Ghali. Moment-Curvature Relation of Reinforced Concrete Slabs // *J. Struct. Div., ASCE*, 103(3), 1977, p. 515–531.
29. F. Damjanic, D. R. J. Owen. Practical Considerations for Modelling of Post-cracking Concrete Behaviour for Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures // *Proceedings, International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*, Swansea: Pineridge Press, 1984, p. 693–706.
30. D. J. Carreira, K. -H. Chu. Stress-Strain Relationship of Reinforced Concrete in Tension // *ACI Journal*, 83(1), 1986, p. 21–28.
31. A. Williams. Tests on Large Reinforced Concrete Elements Subjected to Direct Tension. Technical Report No 42.562. London: Cement and Concrete Association, 1986. 56 p.
32. E. Wollrab, S. M. Kulkarni, C. Ouyang, S. P. Shah. Response of Reinforced Concrete Panels under Uniaxial Tension // *ACI Structural Journal*, November-December 1996, p. 648–657.
33. L. A. Clark, W. B. Cranston. The Influence of Bar Spacing on Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs // *Proceedings, International Conference on Concrete Slabs*, Dundee, 1979, p. 118–128.
34. M. A. Polak, D. T. Killen. The Influence of the Reinforcing Bar Diameter on the Behaviour of Members in Bending and In-Plane Tension // *ACI Structural Journal*, V. 95, No 5, Sep.-Oct. 1998, p. 471–479.
35. Z. P. Bažant, B. Oh. Crack Band Theory for Fracture of Concrete // *Mat. and Structs. (Materiaux et Constructions)*, 16(93), 1983, p. 155–177.
36. G. Kaklauskas. Integral Constitutive Model for Deformational Analysis of Reinforced Concrete Members. Habilitation doctor (Dr. Sc) thesis / Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania, 2000. 108 p.
37. G. Kaklauskas. A Technique for Investigation of Tension Stiffening Effect of Flexural RC Members // *Proceedings, 10th Nordic Seminar on Computational Mechanics*, Tallinn, Estonia, October 24-25, 1997, p. 228–231.

[teikta 2000 10 24

METHODS AND CONSTITUTIVE MODELS FOR DEFORMATIONAL ANALYSIS OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE MEMBERS

G. Kaklauskas

Summary

The paper reviews both analytical and finite element methods for deformational analysis of flexural reinforced concrete members subjected to short-term loading. In a state-of-the-art summary of various proposed stress-strain relationships for concrete and reinforcement, a special emphasis is made on critical survey of modelling post-cracking behaviour of tensile concrete in smeared crack approach.

Empirical code methods of different countries (American Code (ACI Committee 318 [7]), the Eurocode EC2 [8], and the Russian (old Soviet) Code (SNiP 2.03.01-84 [5]) for deflection calculation of flexural reinforced concrete members are briefly described in section 2. Although these methods are based on different analytical approaches, all of them proved to be accurate tools for deflection assessment of members with high and average reinforcement ratios. It should be

noted that these methods have quite a different level of complexity since the Russian Code method employs a great number of parameters and expressions whereas the ACI and EC2 methods are simple and include only basic parameters.

Approaches of numerical simulation and constitutive relationships are discussed in Chapter 3. All numerical simulation research can be classified into two large groups according to two different approaches for crack modelling (subsection 3.1): 1) Discrete cracking model. In this approach, cracks are traced individually as they progressively alter the topology of the structure. 2) Smeared cracking model. The cracked concrete is assumed to remain a continuum, ie the cracks are smeared out in the continuous fashion. After cracking, the concrete becomes orthotropic with one of the material axes being oriented along the direction of cracking. Constitutive relationships for steel and plain concrete are presented in subsection 3.2. A special emphasis is made on critical survey of modelling post-cracking behaviour of tensile concrete in smeared crack approach.

It has been concluded that although empirical design codes of different countries ensure safe design, they do not reveal the actual stress-strain state of cracked structures and often lack physical interpretation. Numerical methods which were rapidly progressing within last three decades are based on universal principles and can include all possible effects such as material nonlinearities, concrete cracking, creep and shrinkage, reinforcement slip, etc. However, the progress is mostly related to the development of mathematical apparatus, but not material models or, in other words, the development was rather qualitative than quantitative. Constitutive relationships often are too simplified and do not reflect complex

multi-factor nature of the material. Existing constitutive relationships for concrete in tension do not assure higher statistical accuracy of deflection estimates for flexural reinforced concrete members in comparison to those obtained by empirical code methods.

The author has developed integral constitutive model for deformational analysis of flexural reinforced concrete members [36]. The integral constitutive model consists of traditional constitutive relationships for reinforcement and compressive concrete and the integral constitutive relationship for cracked tensile concrete which accumulates cracking, tension stiffening, reinforcement slippage and shrinkage effects. This constitutive model can be applied not only in a finite element analysis, but also in a simple iterative technique based on classical principles of strength of materials extended to layered approach.

.....
Gintaris KAKLAUSKAS. Doctor Habil (Dr Sc), Professor. Dept of Reinforced Concrete and Masonry Structures, Vilnius Gediminas Technical University, Saulėtekio al. 11, LT-2040 Vilnius, Lithuania. E-mail: Gintaris.Kaklauskas@st.vtu.lt

Graduate of Vilnius Civil Engineering Institute (presently Vilnius Gediminas Technical University, VGTU), (1982, civil engineer). PhD (1990). Research visits: Aalborg University (Denmark, 1991), University of Glamorgan (UK, 1994/1995, 1998), University of Illinois, Urbana-Champaign (USA, 1996). Author and co-author of 2 monographs, 1 invention and a number of papers. Research interests: development of constitutive relationships for concrete and numerical simulation of reinforced concrete structures.